

Exercice 1 logique formelle et principe Aristotélicien (20 minutes)

Soit f une application de R dans R . Traduire en termes de quantificateurs les expressions suivantes et nier, de la manière la plus précise possible, les énoncés quantifiés:

1. L'application f est injective.
2. L'application f est majorée.
3. L'application f est paire.
4. L'application f est croissante.
5. L'application f est surjective.
6. L'application f est bijective.

Exercice 2 Arithmétique et relation (20 minutes)

A. 1. Montrer par récurrence, que pour tout entier naturel n

a. $\forall n \in \mathbb{N}, 5 \mid (12^n - 7^n)$

b. $\forall n \in \mathbb{N}, 6 \mid 3(3^{2n} + 1)$

2. Montrer par contraposition que $\forall n \in \mathbb{Z}, n^2 \text{ pair} \Rightarrow n \text{ pair}$.

3. Soit X un ensemble. Pour $f \in F(X, X)$, on définit $f^0 = \text{id}$ et par récurrence pour $n \in \mathbb{N}$ $f^{n+1} = f^n \circ f$.

a. Montrer que $\forall n \in \mathbb{N} f^{n+1} = f \circ f^n$.

b. Montrer que si f est bijective alors $\forall n \in \mathbb{N}, (f^{-1})^n = (f^n)^{-1}$.

B. On rappelle que $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2, xy$ est le produit du réel x par le réel y et $\forall x \in \mathbb{R}^*, x^{-1} = \frac{1}{x}$.

Soit H une partie non vide de $\mathbb{R}^*$ vérifiant: $\forall (x, y) \in H^2, xy \in H$ et $\forall x \in H, x^{-1} \in H$.

1. Montrer que $\forall (x, y) \in H^2, x y^{-1} \in H$

2. Montrer que $1 \in H$ et conclure.

3. On définit la relation R par $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2, x R y \Leftrightarrow x y^{-1} \in H$.

Montrer que R est une relation d'équivalence et en décrire les classes d'équivalence.

Exercice 3 Structure algébrique (20 minutes)

1. Soit G un groupe, H et K deux sous-groupes de G . Montrer que $H \cup K$ est un sous-groupe de G si et seulement si $H \subset K$ ou $K \subset H$.

2. Soit G un groupe. On dit que x et y sont conjugués dans G s'il existe $g \in G$ tel que $x = gyg^{-1}$. On notera $x \sim y$.

(a) Montrer que $\sim$ est une relation d'équivalence sur G .

(b) Déterminer la classe d'équivalence de $x \in G$ appelée classe de conjugaison de x .

« Gardons sain et propre notre environnement! Et protégeons-le en adoptant une nouvelle attitude » Joyeuse festivités de fin d'année

DocStock

N'hésitez jamais à nous faire
part de vos moindres
préoccupations au campus.
Vos aînés académiques seront
toujours là pour vous
orienter : +237 6 58 70 86 12



DOC S



algo.rush

